a) Montrer $\lim\limits_{x\to 0^+} x f(x)=0$ puis déduire $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x f(x)}$.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} x f(\sin x)$ et $\lim\limits_{x\to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right) f(\cos x)$.

4°) Soit g une fonction définie et continue sur IR dont le tableau de variation ci-dessous et soit

$$h(x)=f\circ g(x)\,.$$

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
g	0	↘	-2	↗	-1	↗	0	↗	5

a) Montrer que h est définie sur $IR\setminus\{2\}$.

b) Montrer que h est continue sur $[-3,1]$.

c) Montrer que h est strictement croissant sur $[-3,1]$.

d) Montrer que l'équation $h(x)=-1$ admet une unique solution α dans $]-3,1[$.

EXERCICE N°2 : 7 points 40 '

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+\cos(\pi x)}{x-1}+x-1 & \text{si } x<1\\ \sqrt{x^2+x+2}-x & \text{si } x\geq 1\end{cases}$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1°) Calculer $\lim\limits_{+\infty} f$. Interpréter graphiquement le résultat.

2°) a) Montrer que pour tout $x\in]-\infty,1[$ on a : $\dfrac{x^2-x+2}{x-1}\leq f(x)\leq x$.

b) Calculer $\lim\limits_{-\infty} f$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

3°) Montrer que f est continue sur IR.

4°) a) Montrer que l'équation $f(x)=x-1$ admet au moins une solution $\alpha\in\left]-\dfrac{1}{2},0\right[$.

b) Vérifier que : $\tan(\pi\alpha)=\dfrac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha}$.

5°) Soit g la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $g(x)=f\left(\dfrac{1}{\cos x}\right)$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com